Лабораторная № 5

По дисциплине «Теория Вероятности»

Тема : «Формулы полной вероятности и Байеса»

Вариант № 12

Задание :

1. В телеателье имеется 4 кинескопа. Вероятность того, что кинескоп выдержит

гарантийный срок службы для каждого из них соответственно равна 0,8; 0,85;

0,9; 0,95. Найти вероятность того, что взятый наудачу кинескоп выдержит

гарантийный срок службы.

2. Прибор состоит из двух дублирующих друг друга узлов I и II (если выходит из

строя один, то автоматически подключается второй; прибор не работает, если

из строя вышли оба узла). Прибор может случайным образом работать в одном

из двух режимов: благоприятном и неблагоприятном. В благоприятном режиме

надежность каждого из узлов равна **р1**, в неблагоприятном **р2**. Вероятность

благоприятного режима равна **Р1**, неблагоприятного **1-Р1**. Найти полную

(среднюю) надежность прибора **р**.

3. Группа из трех самолетов совершает налет на объект, объект защищен

четырьмя батареями зенитных ракет. Каждая батарея простреливает угловой

сектор размерами 60', так что из полного угла 360' вокруг объекта оказываются

защищенными 240'. Если самолет пролетает через защищенный сектор, его

обстреливают и поражают с вероятностью **р**; через незащищенный сектор

самолет проходит беспрепятственно. Каждый самолет, прошедший к объекту,

сбрасывает бомбу и поражает объект с вероятностью **Р**. Экипажи самолетов не

знают, где расположены батареи. Найти вероятность поражения объекта для

двух способов организации налета: все три самолета летят по одному и тому же

направлению, выбираемому случайно;

4. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 подготовленных отлично, 4

- хорошо, 2 - посредственно и 1 - плохо. В экзаменационных билетах имеется

20 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20

вопросов, хорошо подготовленный - на 16, посредственно - на 10, плохо - на 5.

Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса.

Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: а) отлично; б) плохо.

5. Прибор состоит из двух узлов; работа каждого узла безусловно необходима для

работы прибора в целом. Надежность (вероятность безотказной работы в

течение времени **t**) первого узла равна **р1**, второго **р2**. Прибор испытывался в

течение времени **t**, в результате чего обнаружено, что он вышел из строя

(отказал). Найти вероятность того, что отказал только первый узел, а второй исправен.

Решение :

1. Так как выбирали кинескоп наудачу значит вероятность взять один из четырёх у всех кинескопов равная, то есть P(B1) = P(B2) = P(B3) = P(B4) = 0,25.

P(A/B1) = 0,8;

P(A/B2) = 0,85;

P(A/B3) = 0,9;

P(A/B4) = 0,95;

P(B1/A ) = (0,25 \* 0,8) / ( 0,25 \* 0,8 + 0,25 \* 0,85 + 0,25 \* 0,9 + 0,25 \* 0,95) = 0,2 / 0,875 = 0,23;

P(B2/A ) = (0,25 \* 0,85) / 0,875 = 0,2125 / 0,875 = 0,24;

P(B3/A ) = (0,25 \* 0,9) / 0,875 = 0,225 / 0,875 = 0,26;

P(B4/A ) = (0,25 \* 0,95) / 0,875 = 0,2375 / 0,875 = 0,27;

P = 0,23 + 0,24 + 0,26 + 0,27 = 1 - вероятность того, что взятый наудачу кинескоп выдержит гарантийный срок службы.

Сложение т.к. мы можем выбрать 1 из 4 кинескопов , то есть или 1 или 2 … или 4.

2.Ситуации могут быть следующие :

P(B1) – работают в благоприятном режиме;

P(B2) – работают в неблагоприятном режиме;

P(B1) = P1;

P(B2) = 1 – P1;

P(A/B1) = p1;

P(A/B2) = p2;

P(B1/A) = (P1 \* p1) / ( (P1 \* p1) + ((1 – P1) \* p2) );

P(B2/A) = ((1 – P1) \* p2) / ( (P1 \* p1) + ((1 – P1) \* p2) );

p = (P1 \* p1) / ( (P1 \* p1) + ((1 – P1) \* p2) ) + ((1 – P1) \* p2) / ( (P1 \* p1) + ((1 – P1) \* p2) ) = ( (P1 \* p1) + ((1 – P1 ) \* p2) ) / ( (P1 \* p1) + ((1 – P1 ) \* p2) );

3.Рассмотрим 2 варианта следующих событий :

P(B1) – три самолёта попали в защитную зону;

P(B2) – три самолёта не попали в защитную зону;

P(B1) = 2/3 – самолеты могут сбить, и самолеты могут не поразить объект;

P(B2) = 1/3 – самолеты могут поразить объект;

P(A/B1) = p;

P(A/B2) = P;

P(B1/A) = ( (2/3 \* p) / ((2/3 \* p) + (1/3 \* P)) ) + ( (1/3 \* P) / ((2/3 \* p) + (1/3 \* P)) ) =

( (2/3 \* p) + (1/3 \* P) ) / ((2/3 \* p) + (1/3 \* P)) – при условии что все самолеты полетят в одном направлении;

P(B2/A) = ( (2/3 \* p) / ((2/3 \* p) + (1/3 \* P)) ) \* ( (2/3 \* p) / ((2/3 \* p) + (1/3 \* P)) ) \*

( (1/3 \* P) / ((2/3 \* p) + (1/3 \* P)) ) = ( (2/3 \* p) \* (2/3 \* p) \* (1/3 \* P) ) / ((2/3 \* p) + (1/3 \* P)) – при условии что самолеты полетят при выбираемому случайно;

4.Рассмотрим следующие варианты событий :

P(B1) – 3/10 = 0,3 подготовленных отлично;

P(B2) – 4/10 = 0,4 – хорошо;

P(B3) – 2/10 = 0,2 – посредственно;

P(B4) – 1/10 = 0,1 – плохо;

P(B1/A) = 1;

P(B2/A) = 0,8;

P(B3/A) = 0,5;

P(B4/A) = 0,25;

P(A/ B1) = (0,3 \* 1) / (0,3 \* 1 + 0,4 \* 0,8 + 0,2 \* 0,5 + 0,1 \* 0,25) = 0,3 / 0,97 = 0,3 – вероятность того что он отлично подготовился;

P(A/ B2) = (0,1 \* 0,25) / (0,3 \* 1 + 0,4 \* 0,8 + 0,2 \* 0,5 + 0,1 \* 0,25) = 0,25/ 0,97 = 0,26 – вероятность того что он плохо подготовился;

5. Рассмотрим следующие варианты событий :

Введем гипотезы :

1. Отказали оба узла

2. 1-ый отказал, 2 - исправен

3. 1-ый исправен, 2 – отказал

4. Оба исправны

t – время работы;

p1 – вероятность безотказной работы 1 узла;

p2 – вероятность безотказной работы 2 узла;

1 - p1 – вероятность сбоя работы 1 узла;

P(B1) = (1 – p1) \* (1 – p2);

P(B2) = (1 – p1) \* p2;

P(B3) = p1 \* (1 – p2);

P(B4) = p1 \* p2;

P(B3/A) = (p1 \* (1 – p2)) / ( ((1 – p1) \* (1 – p2)) + ((1 – p1) \* p2)) + (p1 \* (1 – p2)) +

(p1 \* p2) ) - Вероятность того, что отказал только первый узел, а второй исправен.